DIEVIŠKOJI PROPORCIJA
Matematiškas dailės dėsnis.

Parašė *A. Jakštas.*



KAUNAS
„Sviesos" spaustuvė Jakšto g-vė № 2.
1921.



Dieviškoji proporcija

MATEMATIŠKAS DAILĖS DĖSNIS.

Estetikos mokslas paduoda ne vieną kriteriją, kurios pasigaunant pigu atskirti tikri dailės kūriniai nuo netikrų. Tos kriterijos remiasi paprastai tam tikromis filosofiškomis pažiūromis, nes ir pati estetika, griežtai imant, nėra savitas mokslas, bet pareina nuo filosofijos, kaipo atskira jos dalis.

Neliesdami dailės filosofijos, kaipo mums mažiau žinomo dalyko, mes bandysim čia nurodyti tik vieną matematikos dėsnį, kursai randa pritaikinimų visose dailės srityse. Tuo dėsniu yra vadinamoji d i e v i š k o j i p r o p o r c i j a[1]) bei a u k s o d a l y m a s. Pirmiausia pažiūrėkim, kaip tas dėsnis apsireiškia visų augščiausioje dailės srityje—poėzijoje bei eilėse.

I.

Kaip žinome eilių bei poėmų poėtiškumas yra toli gražu nevienoks: esama eilių daugiau ir mažiau poėtiškų, esama ir visai nepoėtiškų. Iškur gi eina tas skirtumas?

Kritikai jau seniai yra bandę išgliaudyti šį painų klausimą. Bet jojo gliaudyme paprastai remdavosi vien savo subjektyviomis pažiūromis. Tuotarpu, jei poėzijos veikalų poėtiškumas yra objektyvus dalykas, tai kiekvienam jau a p r i o r i aišku, kad objektyvus poėtiškumas privalo turėti ir atitinkančią sau objektyvią poėtiškumo kriteriją. Kame gi jos ieškoti?

Garsiausieji pasaulio kritikai ieškojo jos visur, bet, deja, ne girdėt, kad kame nors galutinai ją būtų suradę. Buvo ir tokių kurie tvirtino, kad objektyvios poėtiškumo kriterijos visai nėsama.

Taip dalykams stovint, plačiai žinomas lenkų rašytojas B. P r u s a s sumanė paieškoti absoliūčiai objektyvios poėtiškumo kriterijos visai nauju būdu, kuriuos dar niekas ligšiol nebuvo bandęs ieškoti, būtent pasigaudamas m a t e m a t i k o s.

Būdamas tikras, jog a p r i o r i poėtiškumo kriterijos išgalvoti negalima, jis pabandė surasti ją eksperimentalio poėzijos veikalų tyrinėjimo keliu.

---

[1]) Taip ją yr pavadinęs garsusis J. K e p l e r i s.

Tame tyrinėjime jis pirmiausia yr patėmijęs, kad poėmos ar eilės susidaro iš dvejopos rūšies žodžių: vieni tur savy galės sukelti mūsų dvasioje atitinkančių sau tam tikrų vaizdų bei idėjų, kiti tos svarbios ypatybės neturi. Pirmon rūšin įeina: daiktvardžiai, būdvardžiai ir veiksmažodžiai: tai yra *reiškiančiųjų* žodžių rūšis. Antron įeina—visos kitos kalbos dalys: tai yra rūšis žodžių, neturinčių savitos reikšmės arba žodžių *nereiškiančiųjų*.

Ir ištikrųjų, paėmę žodžius reiškiančius, pav. *medis*, *juodas*, *bėga*, tuojau patėmysime, kad kievienas iš jų iššaukia mūsų prote vaizdus bei idėjas *medžio*, *juodumo*, *bėgimo*; tuotarpu antrosios rūšies žodžiai, pav. *ir*, *už*, *kad*, *taipogi* ir k., jei esti patys vieni, jokio mumyse nesužadina vaizdo.

Taigi pirmosios rūšies žodžiai galima lyginti prie fortepiono klavišų. Kaip kiekvienas klavišas, būdamas paspaustas, gamina tam tikrą balsą, taip kiekvienas reiškiančiųjų žodžių sukelia mūsų sieloje tam tikrą vaizdą. Ir kaip suderintas klavišų judinimas gimdo muziką, taip ir tinkamas reiškiančiųjų žodžių sugretinimas ir ištarimas judina žmogaus sielą ir žadina joje poėtiškąjį įspūdį. Nereiškiantieji gi žodžiai pildo poėtiškuose veikaluose vien rolę cemento, be kurio neapsieinama rūmus mūrijant, arba balasto—orlaivyje.

Žinodami tai, galime jau *a priori* objektyvią poėzijos kriteriją suformuluoti šiaip: poėtiškuose veikaluose privalo būti: reiškiančiųjų žodžių *maximum*, nereiškiančiųjų gi bei kalbos balasto—*minimum*. Kitaip sakant poėzijos veikaluose poėtiškumo laipsnis bus juo didesnis, juo daugiau jame bus pirmosios rūšies žodžių ir juo mažiau—antrosios. Bet kaip surasti tas reiškiančiųjų žodžių, maximum'as ir kalbos balasto minimumas?

Žinodamas, kad rasti tai *a priori* nėra galima, Prusas ėmė ieškoti eksperimentaliu būdu. Tam tikslui jis paėmė vieną iš gražiausiųjų Mickevičiaus poėtiškųjų veikalų „Farys'ą" ir suskaitė, kiek jame pavartota daiktvardžių, būdvardžių, veiksmažodžių ir k. Tasai tyrinėjimas parodė jam, kad iš 100 žodžių pavartotųjų Mickevičiaus veikalėlyje, randas 33-39 daiktvardžių, 8-12 būdvardžių, 12-21 veiksmažodžlų arba apie 38% daiktvardžių, 9% būdvardžių, 15% veiksmadžodžių, o drauge apie 62% reiškiančiųjų žodžių ir apie 38% žodžių be savitos prasmės bei kalbos balasto.

Tyrinėdamas toliau tų skaičių santykiavimus Prusas patėmijo, kad jie tiesiog atitinka įžangoje paminėtai dieviškajai proporcijai, kurioje *bet koks dydis daloma tokiom dviem nelygiom dalim, kad visas dydis taip santykiuotų su didesniaja jo dalimi, kaip didesnioji santykiuoja su mažesniaja*. Matematiškai tai galima ir išreikšti šiuo lyginiu.

(1) $a : x = x : (a - x)$,

kame x reiškia didesniąją dydžio dalį, o a patį dydį.

Gliaudant lyginį (1) gaunama :

$$(2)\ldots \begin{cases} x = \frac{a}{2}(-1+\sqrt{5}) = a \times o,\ 618034\ldots \\ a - x = \frac{a}{2}(3-\sqrt{5}) = a \times o,\ 381966\ldots \end{cases}$$

Ir ištikrųjų, jei mes padalysime 100 „aukso dalymu“, tai iš lyginio (1) bei lygybių (2) rasime skaičius 62 ir 38; padalinę 62 tuo pat būdu, gausime 38 ir 24, pagalios padalinę taip pat skaičių 24, rasime 15 ir 9. Tųo būdu Prusas prieina schemą.

$$(3)\ldots\ 100 \begin{cases} 62 \begin{cases} 38 \text{ daiktvar iai} \\ 24 \begin{cases} 5 \text{ veiksmažodžių} \\ 9 \text{ būdvardžiai} \end{cases} \end{cases} \\ 38 \text{ kalbos balasto,} \end{cases}$$

kurią ir vadina matematiškąja poėtiškumo kriterija

Kad skaitytojai geriau suprastu, kas aukščiau pasakyta, paaiškinsime nurodytąją schemą pavyzdžiu. Tam tikslui imkim Maironies eiles „Jaunos dienos“. Tose poėzijos pilnose eilėse yra viso labo 86 žodžiai. Reiškiančiųjų randas 50, tarp tų 25 daiktvardžiai 14 būdvardžių ir 11 veiksmažodžių; kalbos balasto lieka 36 žodžiai. Jei mes tą patį skaičių 86 padalysime „aukso dalymu“, tai rasime, jog reiškiančiųjų žodžių turėtų būt 53, tarp tų 33 daiktvardžiai, 12 veiksmažodžių ir 8 būdvardžiai; kalbos balasto liktų 33 žodžiai.

Tuo būdu minėtųjų Maironies eilių gauname dvi schemi: teoretiškoji bei idealė schema: faktiškoji schema:

$$86 \begin{cases} 53 \begin{cases} 33 \\ 20 \begin{cases} 12 \\ 8 \end{cases} \end{cases} \\ 33 \end{cases} \qquad\qquad 86 \begin{cases} 50 \begin{cases} 25 \\ 25 \begin{cases} 11 \\ 14 \end{cases} \end{cases} \\ 36 \end{cases}$$

Lygindami jiedvi tarp savęs, matome, kad minėtose Maironies eilėse kalbos balasto tėra vos tik 3 žodžiai viršaus normos; veiksmažodžių skaičius beveik lygus: teoretiškai reiktų 12, faktiškai jų yra tik 11; truputį permaž daiktvardžių, nes trūksta 8, o būdvardžių perdaug: reiktų 8, o yra 14, t. y. 6 būdvardžiai viršaus normos.

Taigi eilėse „Jaunos dienos“ garbusis mūsų dainius, kad ir nepasiekė pilnai teoretiškosios poėtiškumo schemos, visgi labai prie jos prisiartino. Jei paimtumėm to pat Maironies kokį ilgesnį poėtišką veikalėlį ir padarytumėm aukščiau nurodytus apskaitymus, tai be abejo rastumėm dar mažesnį tarp dviejų minėtųjų schemų skirtumą.

Tuo būdu minėtoji matematiškoji poėtiškumo kriterija parodo, kokia tikrai veikalo yra vidujė sudėtis: kiek nuošimčių esama jame daiktvardžių, būdvardžių ir t.t. Vulgariai kalbant kritikas, remdamasis šia objektyvia poėtiškumo kriterija, galėtų pasakyti dainiui: brolau, jei nori, kad tavo veikalai turėtų tikrą poėtišku-

mą, duosiu tau ištirtą mokslišką receptą: rašydamas eiles taikink taip, kad iš 100 jose pavartotų žodžių būtų 38 daiktvardžiai, 15 veiksmažodžių, 9 būdvardžiai ir 38 žodžiai be savitos prasmės; visa tai sumaišyk, paskirstyk į eiles, ir išeis poema kaip reikiant; šį receptą aš atradau moksliškai betyrinėdamas tikrai poetiškus Mickevičiaus ir Maironies „veikalus".

Ką dainius į tai galėtų atsakyti?

Netikrasis dainius, eilių kalikas, rasit ir padėkotų kritikui už tokį receptą ir dirbdamas eiles gal ir bandytų išlaikyti nurodytąją proporciją tarp reiškiančių ir nereiškiančių žodžių. Bet poėta „iš Dievo malonės" tik nusišypsotų iš tokio recepto tardamas:

—„Ačiu už gerą patarimą! Tamstos nurodytieji skaičiai tikrai yra interesingi. Nieko apie juos aš nežinojau eiles rašydamas ir tikrai stebiuosi, kad Tamstos teoretiškoji schema randa aiškų patvirtinimą mano veikaluose. Bet dar labjau būčiau Tamstai dėkingas, jei teiktumeis nurodyt netiktai, kiek ir kokių kalbos dalių reikia poėzijos veikalui, bet ir kokie žodžiai parinkti ir kaip jie sugretinti, kad išeitų tikrai poėtiškas dalykas". Į šį klausimą, kritikas tegalėtų nebent tiek tik teatsakyti:

—„To aš negaliu sveikam nurodyti, nes pats turėčiau būt poėta, o juo, deja, nėsu"...

Ir tai būtų tikra tiesa. Nes matematiškoji poėtiškumo kriterija tiek teduoda pažinti poėzijos esmę, kiek anatomija—žmogaus kūną. Ir kaip anatomija nepasiekia žmogaus dvasios, taip ir matematiškoji poėtiškumo schema, kad ir išvesta iš „dieviškosios proporcijos", tepaliečia vien poezijos rūbą, o ne jos esybę.

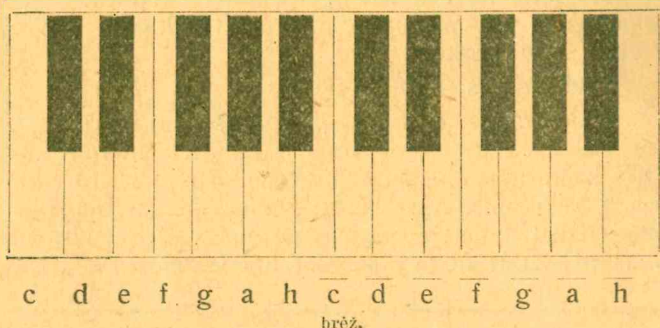
Tačiau, net ir didžiausis poėta neteisingai pasielgtų, jei aukščiau nurodytai matematiškai poėtiškumo kriterijai nepripažintų jokios svarbos. Būtų tai nusidėjimas tiesai, kuri niekam neleidžia ignoruoti moksliškai konstatuotą dėsnį. Tokiu gi dėsniu kaip tik ir yra aukščiau nurodytoji schėma (3). Paduotieji ten skaičiai lengvai galima patikrinti analizuojant Pruso nurodytuoju būdu bet kokį žymesnių poėtų veikalą. Tai pirštu prikišamai parodo, jog poėtiškoji kuryba, kad ir savaime instinktyvi ir visai laisva, tačiau savo paviršutinės išraiškos žvilgsniu yra griežtai valdomą matematiškuoju „aukso dalymo" dėsniu. Kad dainiai rašydami to dėsnio nejaučia, tai taip pat nenuostabu kaip ir kad kiekvienas žmogus nejaučia savo kūne materijos kaitaliojimos, nors tas kaitaliojimos yra valdomas neabejotinais chemiškais bei fiziologiškais dėsniais. Ir kaip nejautimas neprašalina tų dėsnių veikimo žmogaus kūne, taip ir nejautimas „dieviškosios proporcijos" eiles rašant neprašalina josios veikimo į eilių viduję sudėtį. Ši visada lieka normuojama (3) schema, savaime plaukiančiąja iš to pat „dieviškosios proporcijos" dėsnio.

II.

Tą pat „dieviškosios proporcijos" dėsnį randame ir muzikoje. Išrodė tai prof. Zeisingas. Kad jo išvedžiojimai skaitytojui

nežinančiam muzikos, taptų suprantami, tariamės būsiant neprošalį davus čia keletą pamatinių žinių apie muzikos elementus, t. y. balsus.

Balsai sudaroma gerkle arba tam tikrais instrumentais: kanklėmis, skudučiais, smuiku ir k. Žinomiausias instrumentas pas mus yra fortepionas. Jis turi tam tikrą klaviatūrą, kurios dalį parodo 1 brėžinys.



c d e f g a h $\overline{c}$ $\overline{d}$ $\overline{e}$ $\overline{f}$ $\overline{g}$ $\overline{a}$ $\overline{h}$

brėž.

Kiekvienas klavišas išduoda tam tikrą balsą. Pamatinių balsų muzikoj septyni. Jie žymima raidėmis: c, d, e, f, g, a, h. Balsai skirias savo aukštumu, pareinančiu nuo jiems atitinkančių oro virpėjimo skaičių. Pažymėję pirmutinio balso c judėjimų skaičių vienetu, kitiems balsams gausim šiuos skaičius:

balsai:	c	d	e	f	g	a	h	$\overline{c}$
virpėjimų skaičiai:	1	$^{9}/_{8}$	$^{5}/_{4}$	$^{4}/_{3}$	$^{3}/_{2}$	$^{5}/_{3}$	$1\,^{5}/_{8}$	2

Tai reiškia, jei *c* daro pav. 24 virpėjimus per sekundą, tai *d* padarys $^{9}/_{8}$ kart daugiau neg *c*, t. y. 27 virpėjimus, *e* $^{5}/_{4}$ kart daugiau kaip c, t. y. 30 ir t.t.

Jei balsą c pavadinsime pamatiniu balsu bei p r i m a, tai *d* bus s e k u n d a, *e* — t e r c i j a, *f* k v a r t a, *g* — k v i n t a, *a* — s e k s t a, *h* — septima, $\overline{c}$ — oktava.

Norint sužinoti geometriškąjį santykiavimą tarp atitinkančių balsams virpėjimų skaičių, daloma vienas skaičius kitu (būtent aukštesnis balsas žemesniu); pav. santykiavimas tarp balsų *e* ir *a* yra lygus santykiavimui tarp skaidinių $^{5}/_{3}$ ir $^{5}/_{4}$ arba $^{4}/_{3}$. Tasai santykiavimas vadinas i n t e r v a l u.

Savaime aišku, jog balsą intervalai bus nelygus. Ir ištikrųjų

tarp primos ir sekundos intervalas bus		$= ^{9}/_{8}$
„ sekundos ir tercijos „	„	$= ^{10}/_{9}$
„ tercijos ir kvartos „	„	$= ^{16}/_{15}$
„ kvartos ir kvintos „	„	$= ^{9}/_{8}$
„ kvintos ir sekstos „	„	$= ^{10}/_{9}$
„ sekstos ir septimos „	„	$= ^{9}/_{8}$
„ septimos ir oktavos „	„	$= ^{16}/_{15}$.

Intervalai $^{9}/_{8}$ ir $^{10}/_{9}$ vadinama p i l n a i s i n t e r v a l a i s, o $^{16}/_{15}$ p u s i n t e r v a l i u.

Imant *c* pamatiniu tonu ir žymint pilnus intervavalus 1, o pusinervalius $^{1}/_{2}$, matyti, kad jie eina vienas paskui kitą šioje tvarkoje

balsai: c d e f g a h c
intervalai: 1 1 $1/2$ 1 1 1 $1/2$

Tokia balsų eilė vadinas diatoniškoji gama. Intervalams išlyginti tarp septynių pamatinių balsų įterpiama tarp *c* ir *d*, *d* ir *e*, *f* ir *g*, *g* ir *a*, *a* ir *h* dar po vieną balsą. Šitie tarpiniai balsai su 7-ais pamatiniais sudaro 12 pusintervalių, arba kaip juos nevisai teisingai vadina 12 pustonių.

Tokią balsų eilė vadinas chromatiškoji gama; balsai joje eina šioje tvarkoje:

c cis *d* dis *e* *f* fis *g* gis *a* ais *h* $\bar{c}$

arba *c* des *d* es *e* *f* ges *g* as *a* b(hes) *h* $\bar{c}$

Tarp balsų *cis* ir *des*, *dis* ir *es* ir t.t. del buvimo skirtumo esama, bet kaikuriose instrumentuose, tarp jų ir fortepionuose, tie balsai neatskiriama. Mes tačiau žemiau dedamoje chromatiškos gamos balsų lentelėje padėjome balsą *es* (atskirą nuo *dis*); jis vadinas mažoji tercija. Stai toji lentelė (4)

Balsų vardai.		Balsų laipsniai.	Skaičius virpėjimų per 1 sek.
c	*ut* bei *do*	1 prima, tonika, pamatinis balsas	1
cis	*ut* diezas	padidintoji prima	$25/24$
d	*re*	2 didžioji sekunda	$9/8$
dis	*re* diezas	padidintoji sekunda	$75/64$
es	*mi* bemolis	mažoji tercija	$6/5$
e	*mi*	3 didžioji tercija (medianta)	$5/4$
f	*fa*	4 kvarta	$4/3$
fis	*fa* diezas	padidintoji kvarta	$25/18$
g	*sol*	5 grynoji kvinta (dominanta)	$3/2$
gis	*sol* diezas	padidintoji kvinta	$25/16$
a	*la*	6 didžioji seksta	$5/3$
ais(b)	*la* diezas	padidintoji seksta	$125/72$
h	*si*	7 didžioji septima	$15/8$
$\bar{c}$ (c_1)	*ut* bei *do*	8 grynoji oktava	2

Imant susyk po du, tris, keturis ir daugiau balsų gaunama akordai. Iš tų akordų vieni esti ausims malonūs: jie vadinas konsonansais, kiti—nemalonūs; tiems duodama disonon-

sų vardas. Paėmę du ar keletą gretimų balsų, gausime disonansą, konsonansams gauti reikia imti negretimi balsai.

Tobuliausiu konsonansu laikoma akordas sudarytas iš p r i m o s, t e r c i j o s, k v i n t o s ir o k t a v o s. Be šio esama didelė daugybė kitų konsonansų, daugiau ar mažiau ausim malonių. Jie vadinama h a r m o n i n g a i s.

Iš čia savaime kįla klausimas: nuo ko gi pareina balsų sugretinimo malonumas bei harmoningumas?

Atsakymo į šį klausimą senovėj ieškota balsų virpėjimų proporcionalume.

Vienų akordų, kaip šit kvintos su prima ir oktava harmoningumui išaiškinti naudotasi a r i t m e t i š k u o j u proporcionalumu, kuris matematiškai išreiškiama lygybe:

$$a - b = b - c \qquad (5)$$

Ir ištikrųjų iš (4) lentelės matome, jog pamatinio tono, kvintos ir oktavos virpėjimų skaičiai santykiuoja tarp savęs kaip 1, $^3/_2$ ir 2, arba derinant vardikliu, kaip 2, 3 ir 4. Bet tie skaičiai atininka (5) lyginiui. Vadinas, aritmetiškas santykiavimas tarp pamatinio tono ir kvintos yra lygus aritmetiškam santykiavimui tarp kvintos ir oktavos.

Jei tai būtų tikras muzikos dėsnis, tai jis turėtų tikti ir kitų akordų harmoningumui išaiškinti. Bet, deja, jis to privalumo neturi. Tai matyt kad ir iš to, jog kvartos harmoningumui pateisinti, teko nuo aritmetiškojo proporcionalumo kreiptis prie vadinamojo h a r m o n i š k o j o, kuris matematiškai išreiškiama lyginiu.

$$\frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{c} \qquad (6)$$

Ir ištikrųjų pažiūrėję (4) lentelėn, rasime, jog pamatinio tono, kvartos ir oktavos virpėjimų skaičiai santykiuoja tarp savęs, kaip 1, $^4/_3$, 2 arba suderinus vardikliu, kaip 3, 4, 6. Bet šie skaičiai sudaro harmonišką ją proporciją:

$$\frac{3-4}{4-6} = \frac{3}{6} \qquad (7)$$

Tečiaus matyti ir čia tam tikras bendras muzikos dėsnis negalima, nes kituose harmoninguose akorduose jis nesipildo.

Naujesniais laikais bandyta akordų harmoningumas naturaliau aiškinti, būtent išreikšta nuomonė, kad didesnis ar mažesnis akordų harmoningumas pareina nuo didesnio ar mažesnio prastumo santykių tarp skaičių akordan sujungtųjų balsų.

Žiūrint tos taisyklės, visųharmoningiausiu tarp dvibalsių akordų reiktų pripažinti oktava, nes čia santykiavimas 1 : 2 yra visųprasčiausis; toliau eitų kvinta su santykiavimu 2 : 3, po kvintos kvarta (3 : 4) galop abi terciji (4 : 5) ir (5 : 6).

Daugbalsiams akordams Euleris buvo priėmęs taisyklę, jog jie yra juo harmoningesni, juo mažesnis yra vardiklis skaičių, išreiškiančių balsus, vadinas, harmoningumo laipsnį darė prigulmingą nuo skaičių mažumo bei p r a s t u m o.

Tai taisyklei galima irgi ne vienas dalykas prikišti.

Jei ši taisyklė būtų tikra, tai maloniausiu ausiai akordu būtų pamatinis tonas sujungtas su oktava. Bet oktava su pamatiniu tonu, kad ir nesudaro balso nemalonaus ausiai, neturi taipgi ir jokio ypatingo malonumo. Todel ir negalima tasai balsų sujungimas pripažinti tobūliausiu. Dar mažiau šis tobūlumas tegalima pripažinti kvintai: ji viena skamba net nepermaloniai, kol neprisijungia prie jos tercija. Taigi ir ši teorija negalima laikyti tikra.

Teorijai su praktika sutaikinti buvo priimta dar viena dėta, būtent, kad dviejų balsų sujungimas negali pilnai patenkinti klausos jausmo ir kad todel harmonijai sudaryti reikią prie dviejų balsų pridurti dar trečiasai. Tuo būdu jos pamatu priimta t r i b a l s y b ė. Bet šis prileidimas griauja iš pamatų pačią teoriją, laikančią prastumą tobulybės sąlyga, nes prijungimas trečiojo balso daro dalyką painesniu, ne prastesniu.

Visus tuos nesutarimus, kaip žemiau pamatysime, puikiausiai prašalina prileidimas, jog pamatinių balsų dėsniu yra „dieviškoji proporcija". Jame randa pateisinimą ir naujausios pažiūros, ieškančios akordų harmoningumo tribalsybėje ir senosios teorijos, bandžiusios aiškinti tą harmoningumą tam tikru proporcionalumu skaičių, reiškiančių balsų virpėjimus. Visa jų klaida buvo tik tame, kad jie savo aiškinimus rėme a r i t m e t i š k a bei h a r m o n i š k a proporcija, vietoj tikro mužikos dėsnio— d i e v i š k o s i o s proporcijos.

Kad tai geriau suprastumėm, sustatykim sau lentelę, parodančią skaičių 1000 padalintą aukso dalymu dviem dalim; tiedvi dali tuo pat aukso dalymu vėl dviem dalim ir t.t. Štai toji lentelė (8):

1000,000	21,286
618,034	13,156
381,966	8,131
236,068	5,025
145,898	3,106
90,170	1,920
55,728	1,186
34,442	0,733

Šitie skaičiai gauta iš lygybių (2), darant juose a paeiliui $=1000$, 618, 381 ir t.t. Lygybės (2) parodo, kad aukso dalymas s k a i č i ų įvykdoma vien apytikriai didesniu ar mažesniu griežtumu[1]) Sudarydami lentelę (8) mes tenkinamės trimis dešimtainiais skaitmenimis.

Skaičiai padalinti aukso dalymu, imant juos pagrečiui grupėmis po tris, turi šiedvi svarbiausi ypatybi:

1) mažiausiojo ir vidutiniojo suma yra lygi trečiajam didžiausiam, ir

---

[1]) Geometriškai aukso dalymas tiesiųjų linijų įvykdoma griežtai šiuo būdu iš duotosios tiesosios AB galinio punkto B tiesama perpendikuleras BO lygu iesios AB pusei; iš punkto O stipinu OB brėžiama ratilas; jungiama punktas O

2) mažiausiojo ir didžiausiojo padaugas yra lygus vidutiniojo kvadratui. Jei abi tiedvi lygybi yra matematiškai griežti, tai ir „dieviškoji proporcija“ bus matematiškai griežta bei tobūla. Jei viena ar antra, ar net ir abidvi lygybi neturės matematiško griežtumo, tai „dieviškoji proporcija“ bus netobūla, apytikrė.

Turėdami omenyje tą skirtumą, pažiūrėkim, kokie akordai geriausiai atitinka tai dieviškajai proporcijai.

Iš lentelės (4) matome, jog balsų *es* ir c_1 virpėjimų skaičiai santykiuoja kaip $^6/_5 : 2$ bei $3 : 5$, o balsų *e* ir c_1 kaip $^5/_4 : 2$ bei $5 : 8$; bet skaičiai. 3, 5, 8, 13 maž tesiskiria nuo skaičių $3{,}_{1\,6}$, $5{,}_{025}$ $8{,}_{131}$ ir $13{,}_{156}$ iš lentelės (8), kurie, kaip žinom, turi ypatybi:

$$3{,}_{106} + 5{,}_{025} = 8{,}_{131} \quad ; \quad 5{,}_{025} + 8{,}_{131} = 13{,}_{156}$$
$$3{,}_{106} : 5{,}_{025} = 5{,}_{025} : 8{,}_{131} \quad ; \quad 5{,}_{\ 25} : 8{,}_{131} = 8{,}_{131} : 13{,}_{131}$$

Taigi proporciji

$$3 : 5 = 5 : 8 \quad \text{ir} \quad 5 : 8 = 8 : 13$$

galima be didelės klaidos laikyti „dieviškomis“.

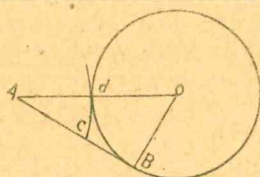
Tuo būdu prieinam išvadą, jog akordas, susidarąs iš m a ž o s i o s t e r c i j o s ir p a m a t i n i o t o n o o k t a v o s, t. y. sujungimas balsų es (dis) ir c_1, kuriam atitinka santykiavimas 3 : 5, ir akordas susidarąs iš d i d ž i o s i o s t e r c i j o s ir p a m a t i n i o t o n o o k t a v o s, t. y. sujungimas balsų e ir c_1, kuriam atitinka santykiavimas 5 : 8, sudaro du sutartinu skambėjimu, atitinkančių dieviškajai proporcijai, nes

$$es : c_1 = c_1 : es + c \quad (3 : 5 = 5 : 8) \quad \text{ir}$$
$$e : c_1 = c_1 : e + c_1 \quad (5 : 8 = 8 : 13)$$

Dro Zeisingo išmanymu tuodu akordu tarp visų dvilypių balsų sujungimų yra pačiu dailiuoju ir ausiai maloniausiuoju

---

su *A*; tiesioje *AB* atkertama *Ac*=*Ad*; punktas *c* ir bus daląs *AB* aukso dalymu dviem dalim *Ac* ir *Bc* surištom santykiavimu:



brėž. 2

$$AB : Ac = Ac : Bc$$

Ir ištikrųjų iš stattrikampio AoB, pažymėję tiesiosios AB ilgį raide *a* gauname:

$$Ao^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} =; \quad \text{iškur} \quad Ao = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Bet iš kitos šalies turime:

$$Ac = Ad = Ao - od = \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}(-1 + \sqrt{5}),$$

$$Bc = AB - Ac = a - \frac{a}{2}(-1 + \sqrt{5}) = \frac{a}{2}(3 - \sqrt{5})$$

taigi gavom tas pat lygybes (2), kaip ir aukščiau iš aukso dalymo(1).

Tuo jis ir aiškino, delko liaudies dainose melodijos dažniausia eina tercijomis bei jų papildymais sekstomis.

Be to šiuodu didžiosios ir mažosios tercijos akordu, kaip žinom, duoda pradžią dvejopos rūšies majorinėms ir minorinėms gamoms, vaidinančioms muzikoj didelę rolę.

Taigi neabejotina, kad ir estetikos jausmas ir muzikalė praktika seniai jau yra pripažinę tuodu akordu tobūliausiais; vien tik teorija spyrės laikydama juodu išvestiniais; antrykščiais, nes ji išeidama iš klaidingo skaičių santykių prastumo pagrindo, nematė santykiuose 3 : 5 ir 5 : 8 gilesnės prasmės ir todel tobūliausiu akordu laikė keturbalsį akordą sudarytą iš primos (1), tercijos ($^5/_4$), kvintos ($^3/_2$) ir oktavos (2), kurių balsai santykiuoja kaip 4 : 5 : 6 : 8

Del buvimo, žinoma, tam tikro tobūlumo yra ir šiame akorde, nes jo balsų santykiai, imant po du: $^4/_5$ ir $^6/_8 = ^3/_4$ yra beveik lygus, taip kad be didelės klaidos galima jie išreikšti proporcija:

3: 4=4: 5

kuri taipgi galima laikyti tam tikra „dieviškąja“ proporcija, tik ne visai griežta.

Bet kaip šis proporcijos griežtumas, nėra tobūlas, taip ir atitinkančio jai to keturbalsio akordo malonumas nėra idealis. Delto šis akordas del vadinimos, kad ir vadinama accord parfait, reiner Dreiklang (nes oktava ir prima yra tas pats balsas), visgi, kaip aukščiau matėm, pamatu muzikai išplėtoti paimta ne jis, bet didžiosios ir mažosios tercijų akordai, kurių balsai sudaro tobūlesnę „dieviškąją“ proporciją:

3: 5=5: 8 bei 5: 8=8: 13

Remianties tuo dėsniu muzikos srityje lengva pereiti nuo dvibalsių akordų prie tribalsių, o toliau ir prie visų kitų pamatinių akordų tiek majorinėse, tiek minorinėse gamose. Šią pažiūrą d-ras Zeisingas pamatuoja šiais išrodymais:

„Imkim, sako jis, pamatiniu minorinį akordą G+e=$^3/_5$,tuomet (5) lentelės skaičiams: 3, 5, 8, 13, 21, 34 ir t. t. atitiks šios sekstos:

$^3/_5$ = G + e (E moll)
$^5/_8$ = e + c_1 (C dur)
$^8/_{13}$ = c_1 + a_1 (A moll)
$\frac{13}{21}$ = a_1 + f_2 (F dur)
$\frac{21}{34}$ = f_2 + d_3 (D moll)
$\frac{34}{55}$ = d_3 + b_3 (B dur)
$\frac{55}{90}$ = b_3 + g_4 (G moll)
$\frac{90}{45}$ = g_4 + es_5 (Es dur)
$\frac{45}{236}$ = es_5 + c_6 (C moll)
$\frac{236}{381}$ = c_6 + gis_6 (Gis dur)
$\frac{381}{618}$ = gis + f (F moll)
$\frac{618}{1000}$ = f + cis (Cis dur) ir t. t.

kol prieisim dvibalsį akordą h + g (G moll) ir nuo to vėl prie G + e (E moll), kuriuo ir prasidėjo eilė.

Taigi šio dėsnio nuosaikus pritaikinimas veda per visus tonus, gamas ir balsų pasaulio taikinimus.

Peržiūrinėdami progresyvią sekstų eilę matome, jog kraštutiniai dviejų santykių nariai nuolat jungias tokiais balsais, kurie su kraštutiniais sudaro tribalsį akordą, pav. G ir c_1 jungias per e, e ir a_1 per c_1 ir t. t. Vadinas, norint gauti tribalsių akordų, reikia jungti pirmos vertikalės eilės balsai po tris, tuo būdu gausime: Gec_1, $ec_1 a_1$, $c_1 .a_1 f_2$, $a_1 f_2 d_3$ ir t. t.; imant gi tuos pat balsus vienoj oktavoj, gaunama tie pat tribalsiai akordai savo pirmykščioj formoj (ceg, ace, fac, dfa ir t. t.). Imant pirmame vertikaliame stulpelyje po 4 balsus atvirsčioje tvarkoje, gaunama didžiųjų septakordų eilė: ceqh, eghd, gdhfis ir t. t.“

Nebūdami muzikais, negalime pasigirti gerai supratę visus d-ro Zeisingo aukščiau paduotuosius išvadžiojimus, juoba, kad naudojomės ne pačiu jo, tapusiu bibliografiška retenybe, veikalu, bet rusišku to veikalo sutrumpinimu, tačiau visgi tariamės užtektinai aiškiai konstatavę faktą, jog visų majorinių ir minorinių gamų t. y. visos muzikos pamate glūdi matematiškas „dieviškosios“ proporcijos dėsnis. Tą patį dėsnį galima matyti ir šiaipjau bet kokiuose harmoninguose akorduose, pav. cfc_1 (kvartos), cgc_1 (kvintos), fac_1 ir k., nes balsai juose santykiuoja kaip 3:4:6; 2:3:4; 4:5:6 ir t.t., o tie santykiavimai be didelės klaidos atitinka šioms proporcijoms:

$$3:4 = 4:6$$
$$2:3 = 3:4$$
$$4:5 = 5:6 \text{ ir t. t.,}$$

kurios yra ne kas kita, kaip tam tikros, kad ir nevisai tobūlos, „dieviškosios“ proporcijos. Taigi ir galima sakyti, jog „dieviškoji“ proporcija yra matematiškasis harmoningumo dėsnis. Prie tos proporcijos, kaipo prie idealės normos, daugiau ar mažiau artinasi visi balsų santykiai harmoninguose tonuose. O kadangi trijų nelygių skaičių proporcijos, juo labiau artinasi prie „dieviškosios“, juo mažesni tie skaičiai, tatai ir senoji pažiūra, aiškinusi muzikalių akordų harmoningumą įeinančių juosna balsų santykių prastumu, nebuvo visai be pamato.

Žinoma, šioks ar toks matematiškas balsų harmoningumo aiškinimas pasiliks visada idealis, tepaliečiąs balsų, taip sakant, ontologiškąją esmę. Balsų harmoningumo, kaipo fiziško apsireiškimo, matematika išaiškinti negali, Tasai uždavinys pridera ne jai, bet kitai mokslo šakai—fizikai, kuri ir bando gliaudyti šį klausimą savais metodais ir aiškina jį savais fiziškais dėsniais.[1])

III

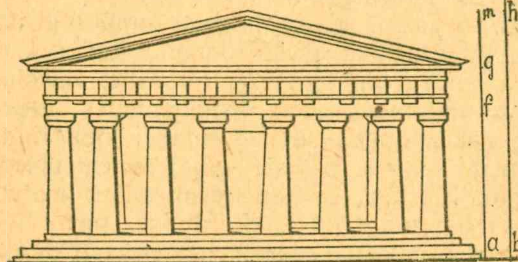
„Dieviškosios proporcijos“, kaipo tam tikro dailės dėsnio, buvimas architektūroje yra dar aiškesnis, nekaip poezijoje ir

---

[1]) Sk. O. D. Хвольсонъ. Курсъ физики. Спб. 1898 т. II, стр. 111.

muzikoje. Šiose pastarose srityse jis vien protui tematomas, o architektūroj, galima sakyti, yra net ir akimi įžiūrimas.

Ir ištikrųjų. jei imsime atidžiai tyrinėti kokį nors žymesnį architektūros kurinį, kuris nuog amžių laikyta grožio pavyzdžiu, tai pigiai pastebėsime, jog jame „dieviškojo proporcionalumo“ dėsnis pildosi kuogrieščiausiai netiktai taip jo ilgio, pločio ir aukščio, bet ir taip atskirų dalių dydžio.



3 brėž.

Pav. imkim gražiausį graikų architektūros kurinį P a r t e n o n ą (3 brėž.). Jame architravo (balkio gulinčio ant kolonų) ilgis = 107 pėdoms [1]), o aukštis nuo laiptų pamato lig stogo viršūnei = 65; taigi abiejų suma = 172.

Padalinę tą skaičių aukso dalymu, pamatysime, jog didesnioji jo dalis bus beveik lygi=107, o mažesnioj beveik = 65, neskaitant mažyčio skaidinio.

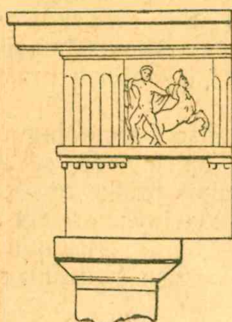
Aukštis *am* punkte f dalosi, taip, kad —

am: af = af: mf,

kame *af* reiškia kolonų aukštį draug su laiptais, o *mf* likusią aukščio dalį.

Linija *mf* punkte *g* vėl dalosi taip, kad —

mf: mg = mg: gf



4 brėž.

Savo žaru antablemano bei antkolonio aukštis *au* (žiur. 4 brėž.) dalosi punkte o į architravą ir frizą, taip kad—

au: ao = ao: ou

Linijoj ao punktas *i*, atitinkąs vietai, kame frizas skirias nuo karnizo, dalo *ao* taip, kad

ao: oi = oi ai,

vadinas vėl gaunama dieviškoji proporcija (ž. 4 brėž.).

Beveik tie patįs santyniai randama ateniškiuose Akropolio Propilėjuose, Jovio Olimpiečio šventnamyje Agrigente ir kitur.

---

[1]) Jis pažimėta dešinioje 3 brėž. pusėje kaipo linija *bn*; linija *am* reiškia Partenono aukštį.



5 brėž.

Kaipo naujesnės architektūros pavyzdį imkim Kauno miestnamį (žiūr. 5 brėž.). Dešiniame to rūmo šone yra padėta linija *AM*, reiškianti jo augštį nuo žemės lig bokšto, viršaus; ji padalinta aukso dalymu taip, kad

AM : AE = AE : ME
ME : ML = ML : LE
LE : LK = LK : KE
AE : EB = EB : AB
MK: NK = NK : NM ir t.t.

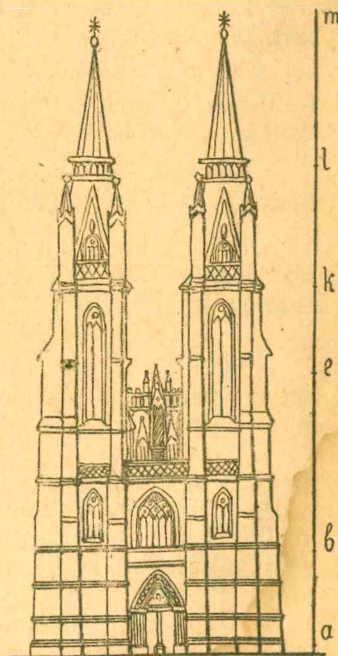
Gautieji dalinant liniją *AM* punktai *N*, *L*, *K*, *E*, *L*, kaip parodo 5 brėžinys, atitinka žymiausiems fasado ir bokšto padalinimams. Dalindami tuo pat aukso dalymu linijas *AB*, *BE*, *LN*, *NM*, gautumėm dar daugiaû panašių atitinkamybių.

Tasai aukso dalymo dėsnio buvimas gotiškosios archtitektūros kūriniuose yra dar žymesnis. Pav. imkim šv· Elžbietos katedrą Marburge (ž. 6 brėž.). Jos fasado aukštį padalinus aukso dalymu gaunama šių santykių:

am : me = me : ea
me : ml = ml : le
le : ke = ke : lk ir t.t.

Punktai l, k, e, b atitinka taipgi įvairiems tos bažnyčios fasado ir bokšto architektoniškiems padalinimams.

Iš to, kas augščiau išdėstyta, matom, aukso dalymo dėsnį ž m o g a u s kūryboje pasitaikant gana dažnai. Bet dar dažniau jį randame d i e v i š k o j.e, būtent gamtos kūriniuose, ypač gyvijos viešpatijoje. Mūsų išmanymu tasai dalykas, kaipo dideliai interesingas, vertas atskirai bent keliais žodžiais paaiškinti.



brėž.

IV.

Pradėkim nuo žemiausio gyvijos laipsnio — nuo augmenijos. Jei mes jaunoje ąžuolo atžaloje sujungsime punktus, kame išsprogsta jauni lapai, tam tikra linija vesdami ją nuo pirmojo lapo prie antrojo, nuo šio prie trečiojo ir t.t., tai būsime nustebinti tos linijos taisyklingumu; ji tu-

Pažymėję kūno aukštį skaičium 1000, rasime, jog

AI=381,966, IU=618,034

Peržiūrėkim tolesnį žmogaus kūno padalinimą. Jei aukso dalymo dėsnis yra teisingas, turi jis ir čia turės apsireikšti, nurodydamas žymesnes kūno dalis.

Dalinkim aukso dalymu liniją AI, reiškiančią aukštutinę kūno dalį. Gautasai tuo būdu punktas E atitiks kaklui ir pereis per taip vadinamąjį „Adomo obuolį“ sudarydamas proporciją:

AI : EI=EI : AE

arba skaičiais

381,966 : 236,068=236,068 : 145,898 [1])

Dalydami aukso dalymu liniją IU gausime punktą O, kurs atitiks ne patiems keliams, bet vietai, kame mažesnysis blauzdykaulis jungias su didžiuoju, sudarydamas proporciją:

IU : IO=IO : OU

arba skaičiais:

618 : 381=381 : 236

Bet ypatingai žymu aukso dalymo dėsnis galvoje. Padalinę aukso dalymu AE (ž. 13 ir 11 brėž.), gausime „devišką ją proporciją“:

AE : Eb=Eb : Ab

arba skaičiais:

145 : 90=90 : 55

Gautasis tuo būdu punktas *b* atitiks antakių lankams,

Padalinę taip pat Ab, gausime proporciją:

Ab : ab=ab : Aa

arba skaičiais:

55 : 34=34 : 21

12 brež.

čia gautasai punktas *a* atitiks vietai, kame plaukai ima augti.

Padalinę galop Eb ir Ec aukso dalymu gausime proporciji:

Eb : Ec=Ec : bc
Ec : cd=cd : Ed

arba skaičiais:

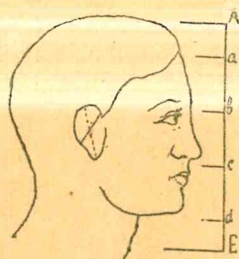
90 : 55=55 : 34
55 : 34=34 : 21,

pirmutinis iš gautųjų punktų *c* atitiks nosies pamatui, antrasis *d* smakro pamatui.

---

[1]) Toliau mes dešimtainių skaidinių nebežymėsime; imsime iš 5 lentelės vien neskaidytus skaičius.

Taigi visų penkių galvos dalių ilgis galima bus išreikšti skaičiais.



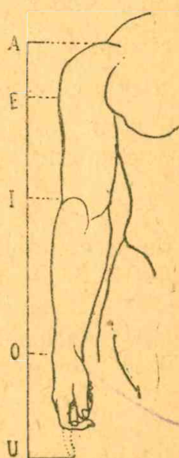
15 brėž.

1) nuo viršugalvio lig kaktai ....(Aa)...21
2) nuo kaktos lig antakių........(ab)...34
3) nuo antakių lig panosei......(bc)...34
4) nuo panosės lig pasmarkei...(cd)...34
5) nuo pasmarkės lig gerklei...,.(Ed)...21

Peržiūrinėdami tas 5 dalis, matome, kad jose esama netik „dieviškojo proporcionalumo", bet ir simetrijos.

Nemažiau žymu „dieviškoji proporcija" —ir žmogaus rankoje, kaip tai galima matyt iš 13 brėžinio. Čia esama šių santykių:

AU : IU=IU : AI
IU : IO=IO : OU



16 brėž.

Tą pat proporcionalumą randame ir rankos delne bei pirštuose. Čia esama šių santykių (ž. 15 brėž.):

OU : Uq=Uq : Oq
Uq : Ur=Ur : rq
Ur : Us=Us : sr

arba skaičiais:

103 : 63=63 : 39
63 : 39=39 : 24
39 : 24=24 : 15

Panašių santykių galima rasti kojose, o taipgi tyrinėjant žmogaus kūno ir jo dalių plotį.

Kas aukčiau pasakyta apie Apolono Belvederiškio proporcionalumus, tas pat randama ir kitose klasiškosios senovės stovylose, k. š. Antinojuje, Jaunikaityje su raiščiu, Medičių Veneryje ir k.



16 brėž.

Žinoma, nuo šio „dieviškojo proporcionalumo" dėsnio pasitaiko ir nukrypimų pareinančių nuo žmonių lyties, amžiaus, rasės ir tt. Pavyzdžiui—aukštutinė moters kūno dalis yra bent kiek trumpesnė kaip vyro, o žemutinė ilgesnė; moters galva irgi truputį mažesnė, kaip vyro; apskritai—vyro kūne daugiau proporcionalumo, moters—daugiau simetrijos.

Bet proporcionalumas, simetrija išreiškiama skaičiais, arba tikriau sakant, jų dalymu. Dalindami kokį skaičių bei liniją *lygiomis porinėmis* dalimis gauname *simetriją,* dalindami *nelygiomis* prieiname *proporcionalumą.*

Paprasčiausia simetrija gaunama dalant bet kokį dydį *pusiau,* elementariausis proporcionalumas prieinama dalant bet kokį dydį dviem *nelygiom dalim.*

Dalinti pusiau—tegalima tik vienu būdu, dalinti dviem nelygiom dalim gilama nesuskaitoma daugybe būdų.

Padalinus kokį dydį dviem nelygiom dalim, gaunama trys atskiri dydžiai: pats duotasai dydis, jo didesnioji ir mažesnioji dalis. Pažymėję juos raidėmis a, b, c, matome, jog tarp jų gali būti trys tiesioginiai santykiai:

$$\frac{a}{b}, \frac{a}{c}, \frac{b}{c}$$

ir tris atverstiniai

$$\frac{b}{a}, \frac{c}{a}, \frac{c}{b}$$

Norint kad tie santykiai sudarytu proporcionalumą, reikia kad jie viens kitam būtų lygųs. Bet tas lygumas tegalimas vien tarp santikių $\frac{a}{b}$ ir $\frac{b}{c}$, arba $\frac{b}{a}$ ir $\frac{c}{b}$, nes $\frac{a}{c}$ prie nelygumo a, b, c negali būti lygųs nei $\frac{a}{b}$, nei $\frac{b}{}$; tas pat reikia pasakyti ir apie santykį $\frac{c}{a}$, kurs taipgi negal būt lygus nei $\frac{b}{a}$, nei $\frac{c}{b}$. Taigi proporcionalumui sudaryti belieka tik du santykiu tiesioginiu:

$$\frac{a}{b}, \frac{b}{c}$$

ir du atverstiniu:

$$\frac{b}{a}, \frac{c}{b}$$

Pastačius tarp tų santykių lygybės ženklą ir gaunama „dieviškoji proporcija“:

$$(6) \quad \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

antra jos forma:

$$(6) \quad \frac{b}{a} = \frac{c}{b}$$

kuri yra identiška pirmai, skirias tik narių išdėstymu.

Vadinas „dieviškoji proporcija“ gaunama vien tuomet, kada santykis tarp kokio dydžio ir didesnės jo dalies yra lygus santykiui tarp didesnėsės dalies ir mažesnėsės, arba atvirkščiai — kuomet santykis tarp didesnėsės dalies kokio dydžio ir jo paties yra lygus santykiui tarp mažesnėsės dalies ir didesnėsės.

Tuo būdu dieviškoje proporcijoj randa sutaikinimą du priešingu dalyku: dalių nelygumas su santykių lygumu. Čia tai ir gludi harmonijos bei dailės principas.

Delei to ir nenuostabu, kad mes taip tankiai įvairiose dailės srityse susitinkam su „dieviškaja proporcija“. D-ras Zeisingas pavadino ją „estėtiškaja proporcija“. Mūsų išmanymu daug geriau jai pritinka senasis „dieviškosios proporcijos“ vardas. Nes kaip matėm, ji randama ne vien estetikos srity bei žmogaus kūryboj, bet ir gamtoje t. y. Dievo kūryboj.

Taigi dieviškoji proporcija pirštu prikišamai parodo neužginčijamą panašumą tarp Dievo ir žmogaus, kaipo kūrėjų, nes

jų abiejų kūryboj viešpatauja tas pats aukso dalymo dėsnis, išreiškiamas tais pačiais skaičiais.

Senasai Įstatymas savo Išminties knygoje (Sap. XI, 21) seniai jau skelbė žmonijai, kad Dievas „išdėstęs viską pagal saiko, skaičiaus ir svarumo“—(Omnia in mensura, numero et pondere disposuisti). Naujasai gamtos mokslas tos tiesos netik neginčija, bet anaiptol kaskart dažniau ir aiškiau ją patvirtina. Aukščiau išdėstytoji „dieviškoji proporcija“ yra vienas iš tokių patvirtinimų. Dangiškoj mechanikoj ir žemiškoj fizikoj panašių patvirtinimų galima rasti šimtų šimtais ir be to dar daug nuostobesnių. Jei mes jų vietoj pasirinkom „dieviškąją proporciją“, tai vien delto, kad ji užgriebdama draug įvairių sričių, yra daug lengviau daugumai suprantama.

Galop baigdami šį straipsnį negalime palikti čia nepažymėję, jog pati „dieviškoji proporcija“, kad ir atrodo savitu uždaviniu bet ištikrųjų yra tik vienas atskiras žygis naujos daug bendresnės problemos apie **padalinimą duotojo dydžio tokiom dviem nelygiom dalim, kad pats dydis padaugintas** *k* **syk taip santykiuotu su didesniaja dalimi padauginta** *m* **sykių, kaip toji didesnioji dalis padauginta** *m* **sykių santykiuoja su mažesniaja dalimi padauginta** *n* **sykių.**

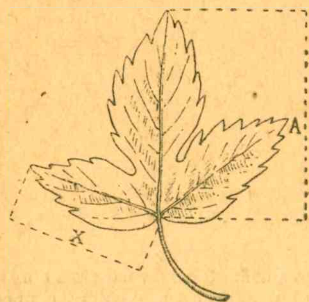
Matematiškai toji problema išreiškiama lyginiu:

$$ak : mx = mx : (a-x)n, \tag{7}$$

iš kur gaunama

$$(8)\quad \begin{cases} x = \dfrac{a}{2m^2}\left(kn \mp \sqrt{kn(kn+4m^2)}\right) \\ a-x = \dfrac{a}{2m^2}\left(2m+kn \mp \sqrt{kn\,(kn+4m^2)}\right) \end{cases}$$

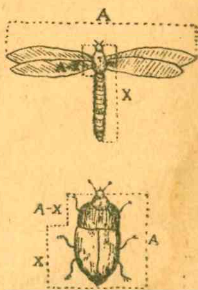
Įeinantieji šiosna formulosna skaičiai k, m, n gali būti tiek neskaidyti, tiek skaidyti. Todel atskirų šios bendresnės dalymo problėmos žygių gali būti nesuskaitoma daugybė.



17 brėž.

Ar tie nauji dalymo dėsniai randa pritaikinimo gamtoje ir dailėje, į šį klausimą atsakyti paliekame busimiems lietuviams estetikams ir gamtinin kams.

Mes galim tik nurodyti, jog prie k=1, m=1, n=1 formulos (7) ir (8) virsta dieviškosios proporcijos for-



18 brež.

mulomis (1) ir (2). Prie *k, m, n* kitokių bus ir kitoki proporcionalumo dėsniai.

To „dieviškosios proporcijos“ apibendrinimo matematiškuose veikaluose mums neteko niekur matyti. Delto ir tarėmės būsiant neprošalį skaitytojams jį čia, kaipo naują dalyką, trumpai nurodžius

17-me ir 18-me brėžiniuose paduodame dar kelis dieviškosios proporcijos pavyzdžius augalų ir vabalų srity [1].



[1]) Rašant šį veikalėlį, naudotasi rusiška brošiūra: Золотоедѣленіе, Какъ основной морфологическій законъ въ природѣ и искусствѣ. (Открытіе проф Цейсинга.) Съ примѣчаніями и обьясненіями изложилъ Ю. Ф. В. Москва 1876.